

## ДИФФУЗИОННЫЙ ВЛАГОПЕРЕНОС В ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЕ ЗАГЛУБЛЕННЫХ БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Надано математичну модель дифузійного перенесення вологи в пористій структурі заглиблених бетонних конструкцій з урахуванням участі води у хімічних реакціях. Запропоновано чисельне розв'язання поставленої задачі. У статті наведено результати розрахунків – розподіли вологості бетону в різні моменти часу.

## DIFFUSION TRANSFER OF THE WATER IN POROUS MEDIUM OF SUBSURFACE CONCRETE CONSTRUCTIONS

The mathematical model of the diffusion water transfer in porous medium of subsurface concrete constructions taking into account participation of water in chemical reactions is given. The finite element solution of assigned task is proposed. The distributions of humidity in concrete during the various moments of time are resulted in this article.

Для обеспечения длительной безопасной эксплуатации гидротехнических сооружений важное значение имеет состояние железобетонных конструкций, существенное ухудшение технического состояния которых может привести к аварийным последствиям. За время срока службы бетон подвергается статическим нагрузкам со стороны грунта, воздействию агрессивных сред (атмосфера, вода), температурным перепадам. За счет влияния этих факторов его первоначальные свойства постепенно ухудшаются [1, 2]. Основными причинами разрушения железобетонных конструкций шахтных водосбросов являются: воздействие агрессивных веществ, растворенных в воде, и коррозия металлической арматуры, при которой происходит увеличение ее в объеме, вызывающее растрескивание и расслоение бетона.

Для математического описания водного массопереноса в бетоне будем учитывать следующие процессы:

- диффузию воды внутрь цементной оболочки;
- участие воды в химических реакциях при коррозии бетона и металлической арматуры.

Первый закон Фика, описывающий изменение плотности диффузионного потока, для плоской задачи имеет вид:

$$I_x = -D \frac{\partial w}{\partial x}; \quad I_y = -D \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (1)$$

где  $I_x$ ,  $I_y$  – плотность диффузионного потока в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $w$  –

коэффициент диффузии; — влажность бетона, количество воды в поровом пространстве, %.

Коэффициент диффузии влаги является интегральной величиной, характеризующей различные типы влагопереноса. Он зависит от степени дисперсности и состава материала. Было установлено, что размер капиллярных пор составляет порядка  $12,7 \cdot 10^{-5}$  см. Они различаются по форме, но, как известно из результатов определения проницаемости, образуют взаимосвязанную систему, беспорядочно распределенную по всему цементному камню. Эти взаимосвязанные капиллярные поры главным образом и определяют диффузионную проницаемость затвердевшего цементного камня [3, 4].

Второй закон Фика для плоского случая учитывает изменение концентрации вещества (в нашем случае — влажности) во времени:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right).$$

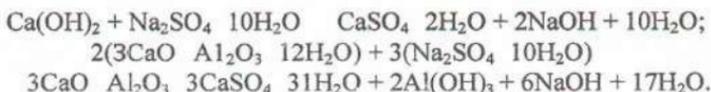
Принимая во внимание возможность химического взаимодействия транспортируемого по водоотливу раствора и компонент железобетонной оболочки [2, 5, 6], можно записать:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + g(w), \quad (2)$$

где  $g(w)$  — функция поглощения (выделения) влаги в результате химического взаимодействия.

Стойкость бетона к действию химических реактивов ниже, чем к другим воздействиям. Наиболее часто встречаются такие воздействия как выщелачивание цемента, действие сульфатов и природных слабокислых вод.

Рассмотрим, к примеру, действие на бетон сульфатов. Некоторые глины содержат щелочи, сульфаты магния и кальция, а грунтовые воды в таких глинах являются растворами сульфатов. Сульфаты, находясь в растворе, вступают в реакцию с гидратом окиси кальция и гидроалюминатом кальция цементного камня. Продуктами реакции являются гипс  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  и сульфалоюминат кальция  $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{CaSO}_4 \cdot 31\text{H}_2\text{O}$ . Они имеют значительно больший объем, чем исходные компоненты, поэтому взаимодействие с сульфатами вызывает расширение и разрушение бетона. Реакции  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , гидроалюмината кальция и сульфата натрия записываются следующим образом [4]:



Эти реакции проходят с удалением кристаллизационной воды из исход-

ных кристаллогидратов. То есть при концентрации  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , например, 1% в результате химической реакции с  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  выделится дополнительно 1,27 % воды.

Так как скорость этих реакций носит затухающий во времени характер, функцию  $g$  из соотношения (2) можно представить в виде:

$$g(t) = g_0 x,$$

где  $g_0$  – начальное количество выделившейся воды;  $a$  – коэффициент, учитывающий свойства бетона, в том числе его пористость и проницаемость;  $t$  – время, прошедшее с момента начала реакции.

При действии на бетон одностороннего давления воды, насыщенной сульфатами, степень агрессивности наибольшая [4]. О действии сульфатов можно судить по внешнему виду бетона, рис. 1. Разрушение обычно начинается на углах и гранях, затем наблюдается растрескивание и шелушение с последующим переходом бетона в рыхлое состояние.

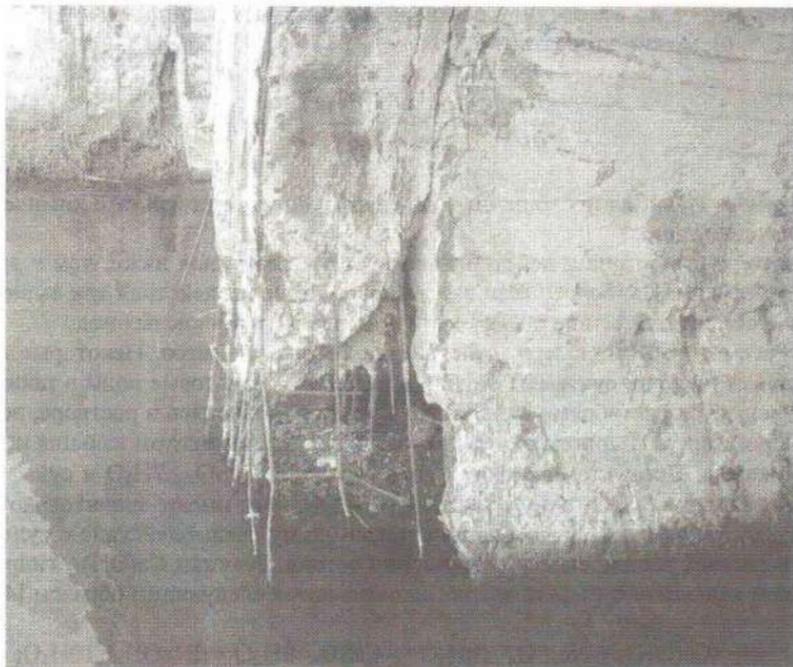


Рис. 1 – Разрушение порталной стенки шахты водосброса

Решение уравнения (2) при соответствующих начальных и граничных условиях позволяет получить распределения влажности по площади рассматриваемых элементов заглубленной железобетонной конструкции во времени, что дает возможность оценить характер неоднородностей химических свойств и начало коррозии арматуры.

Для задания начальных и граничных условий рассмотрим схему расположения железобетонных конструкций заглубленного шахтного водоотлива, рис. 2.

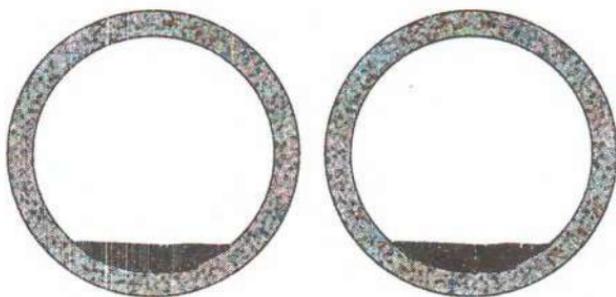


Рис. 2 – Заглубленные железобетонные конструкции водопрпускного сооружения  
Граничное условие для поставленной задачи:

$$w|_{\Omega_1} = 1 \quad (3)$$

где  $\Omega_1$  – область, занимаемая водой.

Начальные условия:

$$w|_{\Omega_2, t=0} = 0; \quad w|_{\Omega_3, t=0} = 0; \quad (4)$$

где  $\Omega_2$  – бетонная оболочка конструкции,  $\Omega_3$  – грунт, вмещающий оболочку.

Уравнение (2) с граничными и начальными условиями (3), (4) будем решать с помощью численных методов, в частности метода конечных элементов (МКЭ).

Разобьем исследуемую область (см. рис. 3) на  $N$  треугольных конечных элементов с узлами  $x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, y_k$ , где  $i, j, k$  изменяются в пределах от 0 до  $N$  и будем считать, что влажность  $w$  в узлах  $i, j, k$  аппроксимируется линейной функцией:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y. \quad (5)$$

Чтобы перейти от значений функции  $w$  в узлах к ее значению в произвольной точке данного элемента с координатами  $x, y$ , вводятся так называемые функции формы  $N_i, N_j, N_k$ . С их помощью влажность  $w$  в произвольной

точке выражается следующим образом:

$$w = N_i w_i + N_j w_j + N_k w_k, \quad (6)$$

Градиенты влажности определяются при дифференцировании выражения (6) по переменным  $x$  и  $y$ :

$$\{I\} = [B]\{W\},$$

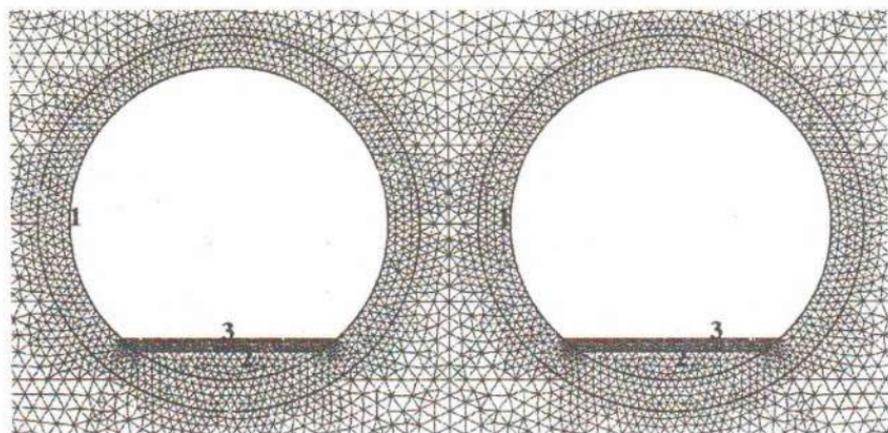
где

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_i}{2\Delta} & \frac{b_j}{2\Delta} & \frac{b_k}{2\Delta} \\ \frac{c_i}{2\Delta} & \frac{c_j}{2\Delta} & \frac{c_k}{2\Delta} \end{bmatrix};$$

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix};$$

$$b_i = y_j - y_k;$$

$$c_i = x_k - x_j.$$



1 – железобетонная оболочка; 2 – ил; 3 – вода  
Рис. 3 – Центральный фрагмент конечно-элементной сетки

Скорость диффузии или плотность диффузионного потока в направлении осей и  $j_x, j_y$  из (1) при  $d_x = d_y = D$  равна:

$$\{J\} = \begin{Bmatrix} j_x \\ j_y \end{Bmatrix} = D\{I\} = D[B]\{W\}. \quad (7)$$

Связь между узловыми расходами и узловыми значениями влажности устанавливается согласно известному принципу возможных вариаций: в замкнутой области установившегося потока при возможном бесконечно малом изменении влажности дополнительная работа потока на замкнутом контуре должна быть равна соответствующей дополнительной работе в пределах области [7, 8].

Дополнительная работа потока на контуре  $A_K$  равна сумме произведений узловых расходов и вариаций влажности:

$$A_K = \{Q\}^T \{\delta W\}. \quad (8)$$

Дополнительная работа потока в пределах элемента  $A_{BH}$  равна интегралу по площади элемента от произведения скоростей на вариации градиентов влажности:

$$A_{BH} = \int_S (j_x dI_x + j_y dI_y) dS = \int_S \{dI\}^T \{J\} dS. \quad (9)$$

Разбиение интеграла по площади на сумму интегралов по элементам дает возможность учитывать свойства каждого элемента в отдельности. Это является важной особенностью метода конечных элементов.

Из выражений (8) и (9) получим:

$$\{Q\} = D \int_S \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [B]^T [B] \{W\} dS = [K] \{W\}, \quad (10)$$

где  $[K]$  – матрица диффузионной проницаемости элемента, представляющая собой набор коэффициентов системы линейных уравнений, связывающих  $N$  узловых давлений с  $N$  узловыми расходами. После преобразований она имеет вид:

$$[K] = \begin{bmatrix} -(a+b) & a & b \\ a & -(a+c) & c \\ b & c & -(b+c) \end{bmatrix};$$

$$a = \Delta D [(y_k - y_i)(y_j - y_k) + (x_i - x_k)(x_k - x_j)];$$

$$b = \Delta D [(y_j - y_k)(y_i - y_j) + (x_k - x_j)(x_j - x_i)];$$

$$c = \Delta D [(y_i - y_j)(y_k - y_i) + (x_j - x_i)(x_i - x_k)];$$

Путем минимизации функционала, связанного с уравнением (2), оно может быть преобразовано к следующей системе дифференциальных уравнений [9]:

$$[C] \frac{\partial \{W\}}{\partial t} + [K] \{W\} + \{F\} = 0, \quad (11)$$

где (в пределах каждого элемента) матрица  $[C]$  и вектор  $\{F\}$  равны:

$$[C] = \int_S \frac{\mu}{\rho} [N]^T [N] dS,$$

$$[F] = \int_S Q [N]^T dS.$$

Чтобы получить решения дифференциального уравнения (11) на определенном временном промежутке, применяется конечно-разностный метод, с помощью которого для достаточно малых значений  $\Delta t$  уравнение (11) преобразовывается к виду:

$$\left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [C] \right) \{W\}_{t+\Delta t} = \left( \frac{2}{\Delta t} [C] - [K] \right) \{W\}_t - (\{F\}_t + \{F\}_{t+\Delta t}) \quad (12)$$

Полученная система матричных уравнений решается с помощью хорошо известного итерационного метода сопряженных градиентов [10-12], при котором производится согласование невязок, возникающих в результате подстановки пробных решений в исходные алгебраические уравнения. Полагая, что на момент времени  $t$  распределение значений влажности задано, из решения системы уравнений (12) получаем распределение значений влажности на момент времени  $t + \Delta t$ . Этот процесс продолжается от исходного состояния до любого текущего момента времени. Изложенная процедура решения приведенных уравнений является устойчивой.

Для расчетов примем, что диаметр железобетонных труб – 2000 мм, толщина бегона – 200 мм, максимальная высота слоя ила на дне – 180 мм, уровень воды – 80 мм.

В результате расчета получим распределение значений и направлений

скорости диффузионного потока, рис. 4, влажности в бетонной оболочке, рис. 5, и расходов жидкости в каждой точке исследуемой области в различные моменты времени эксплуатации гидротехнического объекта.

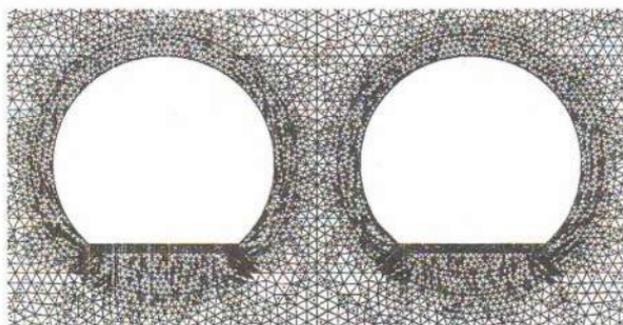


Рис. 4 – Направления скорости диффузионного потока,  $t = 20$  лет

Из рис. 4 видно, что скорости диффузионного процесса достигают максимальных значений в зоне непосредственного соприкосновения с водной средой а также в зоне наименьшей толщины слоя илистых отложений на днище водопроводных труб.

С течением времени повышается влажность бетонной оболочки, рис. 5. Максимальные ее значения находятся в областях, расположенных под слоем ила и непосредственно соприкасающихся с водной средой в нижней части сооружений. Видно также, что значения влажности нарастают быстрее в тех бетонных стенках двух труб, которые расположены близко друг к другу.

На рис. 6 показаны графики изменения скорости протекания диффузионных процессов внутри оболочек на уровне поверхности воды в различные моменты времени эксплуатации объекта. Видно, что через 20 лет максимальная скорость диффузии уменьшается в 2 раза.

Полученные данные можно использовать для расчета глубины коррозионного повреждения бетона, устойчивости железобетонных конструкций и параметров фильтрационного течения жидкости через поврежденные бетонные стенки заглубленного водоотлива во вмещающую его почву на различных стадиях срока эксплуатации.

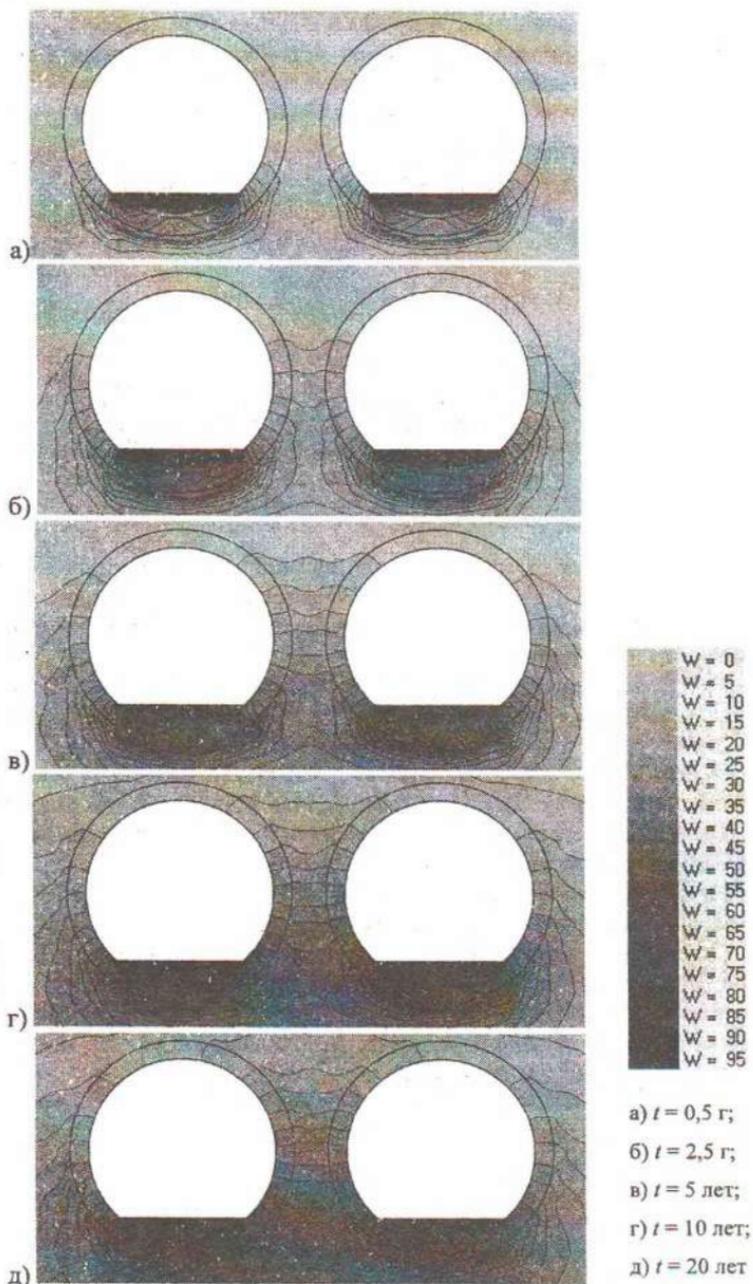


Рис. 5 – Влажность бетонной оболочки в процессе эксплуатации

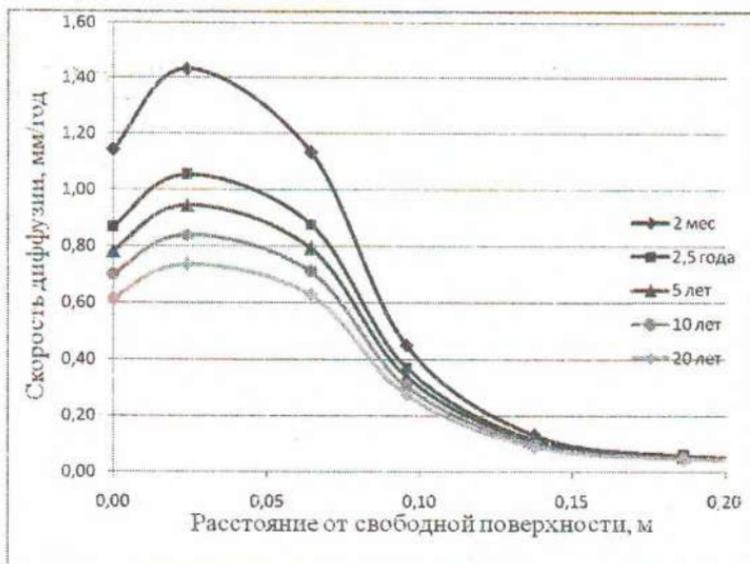


Рис. 6 – Скорость протекания процесса диффузии влаги в бетонной оболочке на уровне поверхности воды

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабич А.В. Прочностные и деформационные свойства бетона противодиффузионного покрытия гидротехнических сооружений. / Е.М.Бабич, А.В. Гирский, В.Н. Сергиенко. // Геотехническая механика: Сб. науч. тр. / НАН Украины ИГТМ. – Днепропетровск, 2008. – № 78 – С. 226-239.
2. Маринин А.Н. Сравнительный анализ различных моделей проникания агрессивных сред в железобетонные элементы конструкции. // Математическое моделирование и крайние задачи: труды всероссийской научной конференции. – Самарский государственный технический университет, 2004. – Т.1 – С. 135-139.
3. Мисников О., Гамаюнов С. Пустотелый заполнитель для легкого бетона на основе торфа и минерального сырья // Строительные материалы, 2004. – №5. – С. 22-24.
4. Невильд А. М. Свойства бетона/Пер. с англ. В.Д. Парфенова и Т.Ю. Якуб. – М.: Стройиздат, 1972. – 344 с.
5. Пунагина Ю.В. Диффузионный и капиллярный массоперенос в формуемом подводном массиве. // Сучасні будівельні матеріали, 2010. – № 1. – С. 137-141.
6. Овчинников И.Г., Дядькин Н.С. Расчёт элементов конструкций с наведённой неоднородностью при различных схемах воздействия хлоридсодержащих сред. – Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2003. – 240 с.
7. Амусин Б.З., Фалеев А.Б. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики. – М. Недра, 1975. – 144 с.
8. Фалеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М. Недра, 1987. – 224 с.
9. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М. Мир, 1979. – 392 с.
10. Hestenes M.R., Stiefel E. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. // J. Res. Natl. Bur. Stand., 1952. – Vol. 49. – P. 409-436.
11. Fried I., Metzler J. Conjugate Gradients in a Finite Element Discretization. // Int. J. Numer. Methods Eng., 1978. – Vol.12. – P. 1329-1342.
12. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена. – М.: Мир, 1988. – 544 с.